

# 基于四面体网格的船舶静水力 计算方法精度研究

刘 婉, 杨天悦, 王宇帆, 樊天慧

(华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510640)

**摘要:** 四面体方法非常适合分析多凸体(浮式海洋平台、子母船和半潜船等)结构的浮态问题, 该方法已经在多个工程领域进行了应用, 但是对其静水力计算方法的精度研究还未见报道。文章首先介绍了基于四面体网格的静水力计算方法, 然后通过椭球算例研究了典型静水力参数的计算精度与单元尺寸的关系。算例选取了5种不同的单元边长, 针对浮体的3个典型静水力参数, 进行精度分析。试验结果表明, 四面体算法的精度控制水平与 Maxsurf 大致相当, 当单元边长取为主尺度最小值的5%时, 该算法即可取得满意的精度。

**关键词:** 船舶; 静水力; 四面体; 计算精度

**中图分类号:** U661.2    **文献标志码:** A    **【DOI】** 10.13788/j.cnki.cbgc.2021.06.09

## Research on Computation Accuracy of Ship Hydrostatic Calculation Method Based on Tetrahedral Mesh

LIU Xiao, YANG Tianyue, WANG Yufan, FAN Tianhui

(School of Civil and Transportation Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** The tetrahedral method is very suitable for the analysis of floating state of multi convex structures (floating offshore platform, lighter aboard ship and semi-submerged ship, etc.) and has been applied in many engineering fields. However, there is no report on research of the accuracy of its hydrostatic calculation method. The hydrostatic calculation method based on tetrahedral mesh is introduced, and the relationship between the calculation accuracy of typical hydrostatic parameters and element sizes is studied by an ellipsoid example. 5 different side lengths are selected in the example and the accuracy of 3 typical hydrostatic parameters of the floating body is analyzed. Experimental results show that the accuracy control level of tetrahedron algorithm is similar to that of Maxsurf. In addition, when takes 5% of the minimum value of the principal dimensions as the element side length, the algorithm can obtain satisfactory accuracy.

**Key words:** ship; hydrostatic stress; tetrahedron; computation accuracy

### 0 引言

静水力计算对于船舶设计生产<sup>[1]</sup>、浮态<sup>[2]</sup>、强度校核<sup>[3-4]</sup>和稳性评估<sup>[5-6]</sup>等具有重要意义。传统的基于船舶横截面型值表的静水力算法依然广泛使用。近些年出现了一种基于四面体网格的新型算法。该方法的雏形源自张明霞<sup>[7]</sup>提出的“三棱锥”的概念, 即先将浮体表面进行三角剖分, 然后将三角单元的3个顶点与坐标

原点相连, 构成“三棱锥”。随后, 刘婉等<sup>[8]</sup>较为系统地提出了四面体网格方法: 将浮体剖分为多个四面体单元, 然后计算每个四面体静水力特性, 最后汇总得到整个浮体的静水力指标。相对于传统的方法, 该算法更加简便, 能够适应复杂外形浮体的静水力参数计算。刘婉等<sup>[9]</sup>还利用四面体对多凸面浮体进行网格划分并用二重迭代法计算水面方程, 试验结果证明四

收稿日期: 2020-11-12; 修回日期: 2021-01-06

基金项目: 国家自然科学基金 (51709118)

作者简介: 刘 婉 (1976—), 男, 副教授, 研究方向: 船舶与海洋结构物设计制造。

通信作者: 杨天悦 (1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向: 船舶与海洋结构物设计制造。

面体算法在分析凸多面体组合结构的浮态问题上比传统方法有更强的适应性和优越性。

任何新型算法的出现都需要对其计算精度进行研究。陆从红等<sup>[10]</sup>在船体曲面NURBS表达基础上, 对船舶静水力特性参数进行定义, 为船舶自由浮态和静稳性的精确计算提供了基础。王建勋等<sup>[11]</sup>根据型值表, 通过三次样条插值函数与Simpson积分法, 计算出精度较高的邦戎曲线。刘春雷等<sup>[12]</sup>对型值表进行加密, 然后对静水力参数进行计算, 最后通过与装载手册进行对比和分析, 说明了该方法的精确性。王智洲等<sup>[13]</sup>借助几何算法库CGAL基于三维数据提出一种精度较高的船舶湿面积计算方法。李广年等<sup>[14]</sup>采用基于船体表面网格积分方法对船舶稳性进行计算, 研究船舶初稳性受船舶侧体相对位置的影响规律。蔡寒冰<sup>[15]</sup>提出了一种基于空间点云的静水力计算方法, 并依此对几种船型进行型线优化验证其精确性、可靠性。周念福等<sup>[16]</sup>编制计算程序、对CATIA进行二次开发, 实现浮体任意状态下的静水力特性计算。以上算法的精度分析参照物其实均有些问题: 比如装载手册的计算结果也是一种数值计算结果, 并不能称其为精确解; 另外选择球体作为参照物, 虽然较为容易得到精确的静水力参数, 但是球体作为一种形状特殊的几何体, 在质量不变并且不沉没的情况下, 无论发生哪一种倾斜, 其排水部分不会发生变化, 所以其浮心位置也不会发生变化, 这并不符合正常浮体的漂浮规律。

四面体算法是近年出现的一种具有创新性的算法, 其中基于四面体网格的静水力计算方法虽然已经进行了理论和实验验证, 但是尚缺乏计算精度方面的研究。本文首先介绍该算法的基本原理, 然后针对一个椭球采用不同的单元尺寸对其进行网格划分, 研究单元尺寸与计算精度的关系, 同时还与Maxsurf软件进行了比较。

## 1 基于四面体网格的静水力计算

四面体是最基本的体单元, 见图1, 因此任何三维浮体均可分解为四面体单元(见图2)。

四面体体积和形心坐标分别通过式(1)和式(2)进行计算。

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_A - x_D & y_A - y_D & z_A - z_D \\ x_B - x_D & y_B - y_D & z_B - z_D \\ x_C - x_D & y_C - y_D & z_C - z_D \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_T = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_T = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_T = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{array} \right. \quad (2)$$

式中:  $V$ 为四面体体积;  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 分别为四面体的4个角点;  $T$ 为四面体的形心;  $x$ 、 $y$ 、 $z$ 分别为直接坐标系3个方向上的坐标。

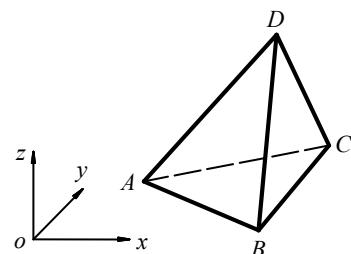


图1 四面体单元

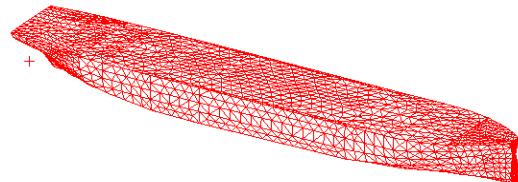


图2 船体进行四面体网格划分

水平面与四面体的位置关系有5种可能, 图3~图5列举了其中比较典型的3种, 其他2种关系为四面体整体在水上或水下, 较为简单, 不再列举相关图形。

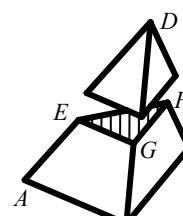


图3 水面上以上

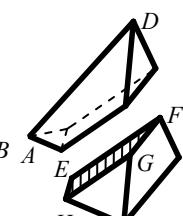


图4 水面上以上

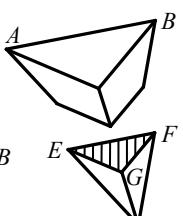


图5 水面上以上

将浮体划分成多个四面体, 然后分析四面体与水面的位置关系, 接下来计算横截面积、浮力和浮心坐标等, 最后汇总所有四面体信息, 就可得到整个浮体的静水力参数。

如图3所示, 水面切割四面体形成一个三角形剖面EFG, 整个四面体可分解为4个四面体, 即水面以上的EFGD, 水面以下的ABCE、BCEF、EFCG(见图6)。对图4中的四边形剖面EFGH, 可将其分解为2个三角形EFG和EGH, 分别求面积后进行求和得到横截面积, 水下的三棱台可分解为EHCG、BCEG和BEFG 3个四面体(见图7)。将水面切割每个四面体得到的剖面面积求和即为浮体的水线面积。水面以下3个四面体的体积和形心可分别由式(1)和式(2)求得, 依此再求出四面体的排水体积和浮心坐标。图5的情况可参照图3和图4进行处理, 这里不再赘述。将浮体剖分为多

个四面体单元，计算每个四面体的水线面积、排水体积与浮心坐标，最后汇总得到整个浮体的水线面积、排水体积和浮心坐标。

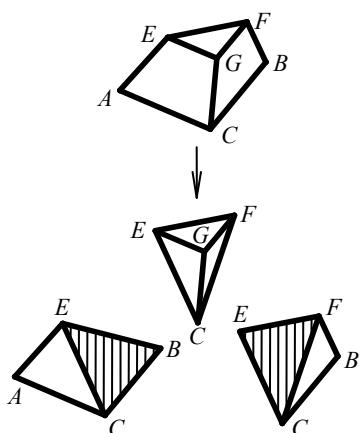


图6 水下三棱台由3个四面体组成

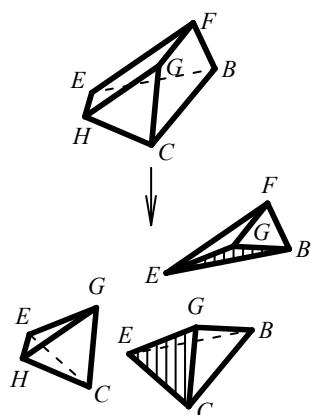


图7 四边形剖面及水下三棱台的分解图

## 2 算例

计算如图8所示椭球的静水力参数，椭球面方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (3)$$

式中： $a$ 、 $b$ 、 $c$ 分别为椭球面的长半轴（沿 $x$ 轴方向）、宽半轴（沿 $y$ 轴方向）和高半轴（沿 $z$ 轴方向）；坐标系原点 $o$ 取在球心。

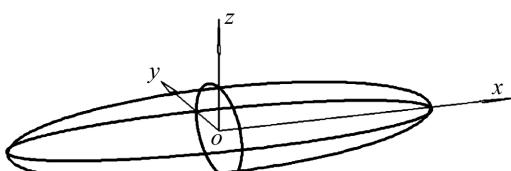


图8 椭球面

当吃水面位于 $xoy$ 平面（ $z=0$ ）、水线面面积 $A_w$ 、排水体积 $V$ 和横稳心半径 $R$ 的理论值分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} A_w = \pi ab \\ V = \frac{2\pi abc}{3} \\ R = \frac{I_t}{V} = \frac{3b^2}{8c} \end{array} \right. \quad (4)$$

式中： $I_t$ 为水线面绕 $x$ 轴惯性矩， $I_t = \pi ab^3/4$ 。

令 $a=50$  m， $b=15$  m， $c=10$  m，单元边长 $\delta$ 分别取为 $0.5$  m、 $1$  m、 $2$  m、 $3$  m和 $4$  m，对图8中椭球面包含的浮体（简称“椭球体”）进行5种密度的四面体网格划分。图9为 $\delta=2$  m时的网格，编程分别计算公式(4)中的3个关键的静水力参数，并与Maxsurf软件计算结果作为对比（Maxsurf模型见图10）。理论、程序以及Maxsurf软件计算结果见表1～表3中。

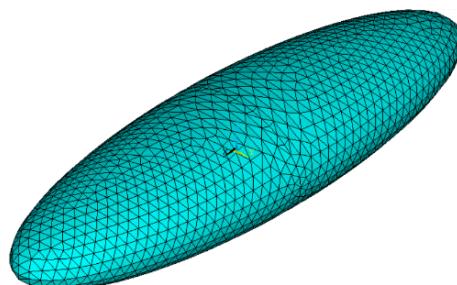


图9 椭球的四面体网格 ( $\delta=2$  m)

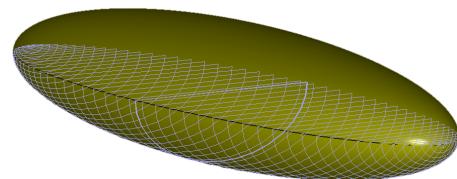


图10 Maxsurf 模型（船长方向设立约50个剖面）

表1 水线面积 $A_w$ 的结果对比

计算结果		$A_w$	相对误差/%
理论解		2 356.19	0.0
程序解	$\delta=0.5$ m	2 356.06	-0.1
	$\delta=1.0$ m	2 355.67	-0.2
	$\delta=2.0$ m	2 352.37	-1.6
	$\delta=3.0$ m	2 351.89	-1.8
	$\delta=4.0$ m	2 348.26	-3.4
Maxsurf 解		2 350.82	-2.3

表2 排水体积 $V$ 的结果对比

计算结果		$V$	相对误差/%
理论解		15 707.963	0.0
程序解	$\delta=0.5$ m	15 700.700	-0.5
	$\delta=1.0$ m	15 678.700	-1.9
	$\delta=2.0$ m	15 591.200	-7.4
	$\delta=3.0$ m	15 455.000	-16.1
	$\delta=4.0$ m	15 216.600	-31.3
Maxsurf 解		15 558.955	-9.5

表3 横稳心半径R的结果对比

计算结果	R	相对误差/%
理论解	8.438	0.0
程序解 δ=0.5 m	8.441	0.4
	8.452	1.7
	8.494	6.7
	8.561	14.7
	8.682	29.0
Maxsurf解	8.486	5.7

典型静水力参数计算精度对比结果见图11。从图11可看出: 1) 体积和静稳定性臂的计算误差对单元边长的变化更为敏感; 2) 当单元边长等于0.5m(单元边长=浮体包围盒主尺度最小值的1/20)时, 算法可将3个典型静水力参数的计算误差全部控制在0.5%以下。

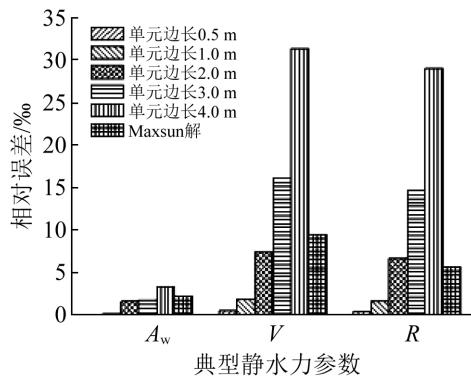


图11 典型静水力参数计算精度对比

对不同单元边长的算例, 随着单元边长的减小, 程序的计算时间增加, 计算精度提高。不同单元边长的计算时间具体见表4。

表4 不同单元边长对应的计算时间

单元边长/m	计算时间/s	单元边长/m	计算时间/s
0.5	243	3.0	5
1.0	38	4.0	2
2.0	11		

观察单元边长与计算时间的关系可知, 不同单元边长的程序计算时间之间可能具有一定数学规律, 采用Origin软件进行曲线拟合, 以单元边长为横坐标、计算时间为纵坐标, 拟合曲线关系式设定为 $y=A/x^3$ (A为待定常数)。拟合曲线见图12。

程序可以计算浮体从吃水0.5 m~19.9 m的195组静水力参数, 每组共18个参数。以单元边长0.5 m为例, 程序计算时间为243 s, 平均每组参数的计算时间为1.3 s。

利用Origin软件输出曲线特性, 单元边长与计算时间的关系为

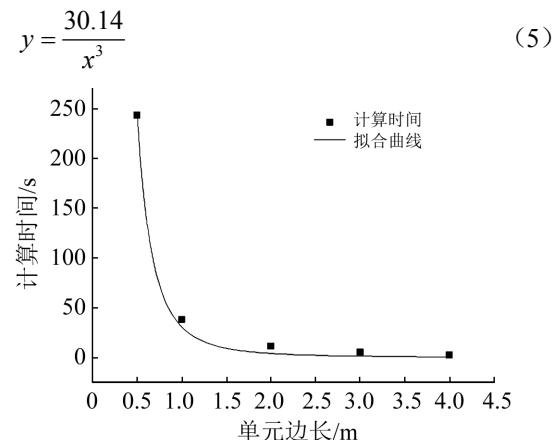


图12 拟合曲线图

将表1~表4、图11和图12中的数据进行分析和归纳, 总结如下:

1) 3个典型静水力参数中对单元边长 $\delta$ 比较敏感的是排水体积 $V$ 和横稳性半径 $R$ , 其次是水线面面积 $A_w$ 。比如当 $\delta=4$  m时,  $V$ 和 $R$ 与理论解的相对误差分别达31.3%和29.0%, 而 $A_w$ 的相对误差只有3.4%。

2) Maxsurf在默认情况下将椭球沿船长方向划分为约50个剖面(见图9), 剖面之间的距离大约2 m。此时Maxsurf的计算精度大约相当于本文算法 $\delta=2$  m( $\delta/c=0.2$ )时的水平。

3) 单元边长与程序计算时间符合一定数学关系, 可进行曲线拟合。本文算法精度随着单元边长的减小而提高, 当 $\delta=0.5$  m时, 算法可将 $V$ 和 $R$ 精度控制在0.5%以下。算例椭球高半轴 $c=10$  m,  $\delta/c=0.5$ , 因此建议工程上将单元边长取为浮体主尺度最小值的1/20, 即可取得满意的计算精度<sup>[17]</sup>。

### 3 结论

本文介绍了一种基于四面体网格的静水力计算方法, 并通过椭球算例研究了算法精度与单元尺寸的关系。本文主要工作和结论如下:

1) 提出了四面体网格模型进行静水力计算的思路和关键技术: 将四面体与水面切割情况分为5类, 提出四面体体积、形心以及四面体剖面面积的计算公式。

2) 根据本文算法编制了相关程序, 然后采用5种精度等级对椭球体进行网格划分, 分别计算了关键的静水力参数(水线面面积 $A_w$ 、排水体积 $V$ 、横稳性半径 $R$ ), 最后将程序解与理论解进行了对比分析。

3) 算例分析表明: 排水体积 $V$ 对单元边长比较敏感, 另外将单元边长取为主尺度最小值的5%, 即可针对 $V$ 、 $R$ 和 $A_w$ 取得满意的精度(最大误差控制在0.5%以内)。不过需要注意的是: 因为算例只挑选了3个典型静水力参数进行了误差分析, 尚不具备普适性, 建议读者根据实际情况选择合适阈值。

**参考文献:**

- [1] 王德旭, 于富龙. 浮态合拢超大型浮船坞技术的研究[J]. 船舶标准化与质量, 2019(1): 36-40.
- [2] 张维英, 金钊, 毛晓旭, 等. 基于差分进化算法的船舶自由浮态计算研究[J]. 中国水运(下半月), 2018, 18(3): 5-8.
- [3] 卞泽坤. 船舶有限元直接计算中载荷平衡调整研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2018.
- [4] YU Y Y, LIN Y, LI K, et al. Buoyancy Coupling with Structural Deformation Analysis of Ship Based on Finite Element Method [J]. Ocean Engineering, 2016, 121: 254-267.
- [5] 熊勇, 梁萱卓, 张加. 实现船舶稳性的多油舱自适应调度算法及仿真[J]. 系统仿真学报, 2020, 32(6): 1060-1070.
- [6] 沈晔, 孙霄峰, 尹勇, 等. 散货船配载仪中破舱稳性计算[J]. 大连理工大学学报, 2018, 58(1): 57-63.
- [7] 张明霞. 基于NURBS曲面的船舶破舱稳性计算方法研究[D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 2002.
- [8] 刘虓, 徐磊. 基于四面体单元的体素法计算复杂浮体稳定性[J]. 中国造船, 2019, 60(S2): 316-325.
- [9] 刘虓, 徐磊, 樊天慧, 等. 针对凸多面体组合结构二重

(上接第34页)

经过试验测试, 在实施该系统之后, 小组立装焊作业效率提升显著, 具体成果为: 1) 装焊准备时间缩短了25%, 极大缩短了生产准备时间, 提高了生产准备效率; 2) 通过对物流过程的监控, 实现了物料追溯及产品溯源, 有效防止了物料丢失等异常状况, 对缺料情况可以快速响应; 3) 通过现场终端对装焊作业的有效指导, 规范了装焊作业过程, 装焊效率提高17%; 4) 通过对小组立装焊作业的监控, 实现了对各种生产异常状况及时发现、上报并处理, 有效降低了生产异常状况带来的工期延后、效率降低等问题的发生。

**4 结论**

本文针对当前船舶小组立装焊作业过程存在的信息不完备、信息传递效率低等问题, 展开了船舶小组立装焊作业单元CPS研究。分析了小组立装焊过程, 梳理了小组立装焊作业涉及的各方面工艺数据, 利用UML方法构建了小组立装焊数据模型, 并在此基础构建了基于物联网的小组立装焊作业单元CPS, 实现了对小组立装焊作业的监督与控制, 有效缩短了生产准备时间、监控了现场物流、提高了装焊效率。

**参考文献:**

- [1] 侯金伟. 船体零部件车间作业协同调度研究与应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2020.
- [2] 孙悦. 面向智能制造的船舶分段小组立成组技术研究[D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 2018.
- [3] MONOSTORI L, KÁDÁR B, BAUERNHANSL T, et al.

- 迭代浮态计算方法[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2020, 48(11): 1-9.
- [10] 陆丛红, 林焰, 纪卓尚. 基于NURBS表达的船舶静水力特性精确计算[J]. 船舶力学, 2007(5): 691-701.
- [11] 王建勋, 胡以怀, 李孝廉. 基于三次样条插值的船舶邦戎曲线计算[J]. 山东交通学院学报, 2011, 19(1): 64-67.
- [12] 刘春雷, 张秀凤, 孙霄峰, 等. 基于加密型值表的船舶静水力特性精确计算[J]. 中国造船, 2013, 54(4): 163-176.
- [13] 王智洲, 孙霄峰, 尹勇, 等. 基于三维设计数据的船舶湿面积计算[J]. 船舶工程, 2016, 38(5): 5-8.
- [14] 李广年, 陈庆任, 朱善强, 等. 非对称双体船完整稳定性研究[J]. 中国造船, 2018, 59(4): 170-177.
- [15] 蔡寒冰. 基于空间点云的静水力计算及在船型优化中的应用[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2019.
- [16] 周念福, 叶效伟, 郁荣, 等. 基于CATIA二次开发的水平台静水力计算[J]. 船舶工程, 2017, 39(4): 44-47.
- [17] 王杰德, 杨永谦. 船体强度与结构设计[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.

Cyber-Physical Systems in Manufacturing[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2016, 65(2): 621-641.

- [4] 金阳. 信息物理融合生产系统优化调度研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2017.
- [5] 李伟. 物联网环境下基于人-物-场信息融合的事件信息结构模型[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2016.
- [6] 张曙. 工业4.0和智能制造[J]. 机械设计与制造工程, 2014, 43(8): 1-5.
- [7] WANG L H, MARTIN T, MAURO O. Current Status and Advancement of Cyber-Physical Systems in Manufacturing [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2015, 37: 517-527.
- [8] 李成麒. 面向工业大数据的信息物理融合系统设计与实现[D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2017.
- [9] ZHANG C Y, JIANG P Y J, CHENG K, et al. Configuration Design of the Add-on Cyber-Physical System with CNC Machine Tools and its Application Perspectives[J]. Procedia CIRP, 2016, 56: 360-365.
- [10] IAROVYI S, MOHAMMED W M, LOBOV A, et al. Cyber-Physical Systems for Open-Knowledge-Driven Manufacturing Execution Systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(5): 1142-1154.
- [11] THRAMBOULIDIS K, VACHTSEVANOU D C, KONTOU I. CPuS-IoT: A Cyber-Physical Microservice and IoT-based Framework for Manufacturing Assembly Systems[J]. Annual Reviews in Control, 2019, 47: 237-248.
- [12] 王昊. CPS环境下发动机装配单元全析建模及应用系统研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.