

文章编号:1006-2467(2018)07-0825-06

DOI: 10.16183/j.cnki.jsjtu.2018.07.010

# 基于混合表达图形的二维不规则排样构造算法

刘 琥<sup>1</sup>, 叶家玮<sup>1</sup>, 刘嘉敏<sup>2</sup>

(1. 华南理工大学 土木与交通学院, 广州 510640; 2. 沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110870)

**摘 要:** 提出了一种基于矢量图与像素图混合表达的二维不规则排样构造算法. 在算法的初始阶段, 零件信息采用矢量方式输入, 在寻找最优排样姿态阶段则采用像素化表达, 最后为了消除零件之间的缝隙并输出精确的排样图, 零件恢复为矢量图表达. 算例分析表明, 该算法具有复杂度低、执行速度快和排样效果好的优点, 有望推广为一种新型三维不规则排样构造算法, 并基于图形处理器 (GPU) 的并行计算技术对其进行性能升级.

**关键词:** 二维排样; 不规则排样; 混合表达

**中图分类号:** TP 391.72      **文献标志码:** A

## Two-Dimensional Constructive Packing Algorithm Based on Hybrid Representation Graphics

LIU Xiao<sup>1</sup>, YE Jiawei<sup>1</sup>, LIU Jiamin<sup>2</sup>

(1 School of Civil and Transportation Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2 School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

**Abstract:** A two-dimensional constructive packing algorithm is proposed, which is based on hybrid representation of vector graphics and bitmaps. The shapes are input in form of vector graphics in the primary procedure of packing, and then they are represented by the pixels before seeking the optimal packing attitude. In order to eliminate gaps between the shapes and export the accurate packing layout, the shapes are represented again by the vector graphics. The computational experiments have proved that this algorithm has advantages of low complexity, high execution speed and good packing performance. These advantages make it possible to transform this algorithm into a new constructive algorithm for 3D packing problems. In addition, the parallel computing technology based on GPU is expected to be used to upgrade its computing performance.

**Key words:** two-dimensional packing; irregular packing; hybrid representation

将不规则平面零件在板材内部铺排, 追求材料利用率最大化的问题称为二维不规则排样. 该问题

在造船、服装和皮革等行业有广泛应用, 依然是优化领域的热点问题<sup>[1]</sup>. 将此类问题转换为优化问题的

收稿日期: 2017-01-05

基金项目: 上海交通大学海洋工程国家重点实验室研究基金项目 (1518), 广东省自然科学基金项目 (2014A030313225), 辽宁省自然科学基金项目 (201102164)

作者简介: 刘 琥 (1976-), 男, 湖北省鄂州市人, 副教授, 主要从事船舶与海洋结构物设计制造研究.  
电话 (Tel.): 020-87111030-3504; E-mail: liuxiao@scut.edu.cn.

算法称为排样构造算法 (Constructive Packing Algorithm), 其核心问题之一是如何描述零件的几何形状<sup>[2]</sup>. 常用零件几何形状描述方法有矢量图方法、像素图方法和圆族覆盖方法. 矢量图方法使用多边形来描述零件外形. 像素图方法使用有限个相同正方形来表达零件外形, 甚至直接使用像素图来表达零件. 圆族覆盖方法<sup>[3]</sup>使用多个圆来覆盖零件. 该方法和像素法较类似, 但本质区别在于圆大小不同且允许重叠.

基于矢量图的算法具有排样精度高、占用内存小的优势, 但零件之间的重叠检测较为复杂. 排样领域常用重叠检测算法有: 临界多边形 (NFP) 法和  $\phi$  函数法<sup>[2]</sup>. 其中尤以 NFP 法最为常用<sup>[4]</sup>; 可迅速定位零件的靠接位置, 但 NFP 需要专门的生成算法<sup>[5]</sup>, 算法开销大. NFP 生成时间与零件数量及旋转角个数 (Rotation Number) 成平方关系<sup>[6]</sup>. 基于最小势能原理的二维排样启发式算法 (HAPE) 是近年来出现的一种基于矢量图的算法<sup>[6]</sup>, 其优势在于绕开了 NFP 计算的瓶颈, 但 HAPE 将零件重叠检测算法归结于点与线以及线与线的几何关系判断, 零件顶点数较多时, 算法开销也将变大. 基于像素图的算法与矢量图算法针锋相对: 零件重叠检测归结于像素之间的布尔运算, 算法简单, 计算速度快, 但无法消除零件离散造成的缝隙, 且算法占用内存较大. 圆族覆盖方式虽然在零件旋转时带来了方便 (零件不需要重新分解为多个圆), 但圆族生成算法也较复杂.

本文在 HAPE 基础上提出了一种基于混合图形表达的二维不规则排样构造算法 (HAPE\_HRG). HAPE\_HRG 兼具矢量图算法和像素图算法的优点, 排样精度高、算法简单和计算速度快.

### 1 算法描述

图 1 所示为不规则零件表达方式.

根据最小势能原理: 零件总是试图通过平移或旋转尽量降低零件的重心, 从而得到更紧密的排列. HAPE 模拟零件的平移和旋转运动, 记录最优排样姿态. HAPE\_HRG 基本原理和框架与 HAPE 的差异有:

(1) 零件离散. 零件离散为有限个正方形微粒 (以下简称微粒), 任意选择其中一个微粒作为参考微粒. 微粒边长简称为 PSL (Particle Side Length), 如图 2 所示. HAPE 算法虽然摒弃了 NFP, 但仍是一种基于矢量图的算法. 如前所述, HAPE 将零件之间的冲突算法归结于两类几何关系判断, 即点与

线的关系和线与线的关系. 这两类判断包含了大量的实数运算和较为复杂的逻辑判断. 而 HAPE\_HRG 则将零件重叠检测归结于零件微粒和排样块之间是否重叠的布尔运算. 显然基于布尔运算的重叠检测算法更为简单, 且此类布尔运算可在多个计算核心上同时执行.

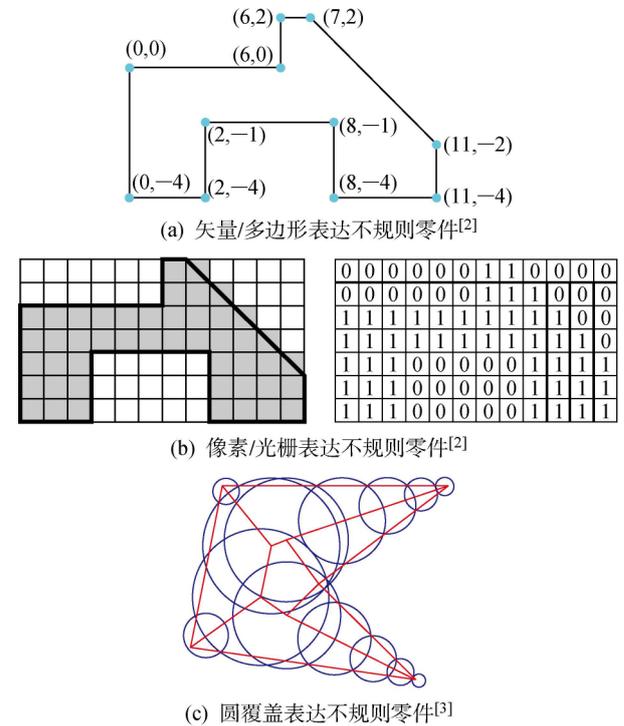


图 1 不规则零件表达方式

Fig. 1 Representation methods for irregular pieces

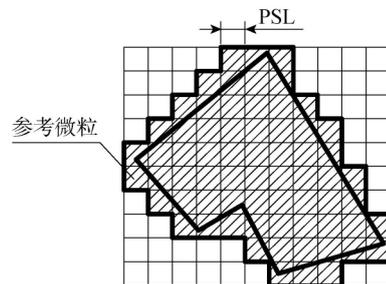


图 2 零件离散成方形微粒

Fig. 2 Piece broken down into block shaped particles

(2) 母材离散. 为了寻找零件的排样位置, 文献 [6-7] 中提出在母材上布置多个离散点. 而本文则直接将母材离散为有限个正方形, 简称排样块 (Packing Block), 如图 3 所示. 排样块边长简称为 BSL (Block Side Length), 设排样块和微粒的边长相等, 即  $BSL = PSL$ .

(3) 零件的混合表达. 不同排样阶段, 零件的表达或为像素图, 或为矢量图, 即为零件的混合表达.

算法初始阶段, 零件采用多边形表达, 但单个零

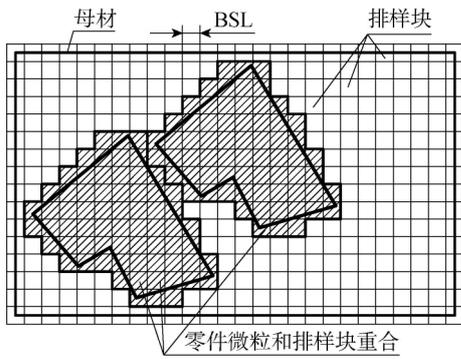


图 3 零件之间存在空隙

Fig. 3 Gaps between pieces

件在排入母材之前需要离散成微粒(见图 2)。如果要考虑零件的旋转,则在排入前就要将零件进行旋转,然后离散成微粒。零件访问母材的每个排样块(零件的参考微粒与当前排样块重合),如果微粒不与被占据的排样块冲突,则计算该姿态对应的零件重心高。

由于零件和母材被离散为微粒和排样块,当单个零件排入后,零件之间就必然会留下空隙。可将零件恢复为矢量图表达,然后采用进退靠接法消除空隙<sup>[6]</sup>。如图 4(a)和(b)所示,零件 1 分别通过水平和垂向靠接消除了与母材左边界之间的空隙;如图 4(c)所示,零件 2 则通过水平靠接消除了与零件 1 之间的空隙。

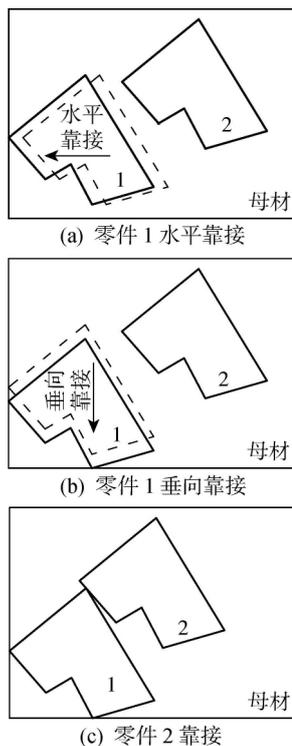


图 4 通过水平和垂向移动消除空隙

Fig. 4 Eliminate gaps by horizontal/vertical moving

(4) 零件覆盖的排样块被标记为占据。出于零件重叠检测算法考虑,设置布尔变量 BlockBeOccupied(简记为 BBO)作为排样块的占用标志。在程序的初始阶段,排样块占用标志被置为空:

$$BBO[j]=false (j=0,1,\dots,BN-1)$$

BN 为排样块个数(Blocks Number)。若排样块被占据(见图 3 阴影部分即为被占据排样块),则令对应

$$BBO[j]=true$$

HAPE\_HRG 流程的部分变量的定义:零件旋转角个数 RN ( $i=0,1,\dots,RN-1$ );母材排样块个数 BN ( $j=0,1,\dots,BN-1$ );零件微粒个数(Particles Number)PN ( $k=0,1,\dots,PN-1$ )。

排样姿态(Att)包含 2 个要素:与参考微粒重合的排样块下标和旋转角  $\alpha$ 。可以使用 C 语言定义 Att:

```
struct Att
{
int Index ;//与参考微粒重合的排样块下标
double  $\alpha$  ;//零件旋转角
};
```

如图 5 所示,RN=4 情况下,零件在某个排样块位置具备 4 种排样姿态。图中,阴影标识的方块为参考微粒。

假设母材被离散成  $m$  行  $\times$   $n$  列,排样块按照从下到上,从左到右的方式进行编号(见图 6)。编号计

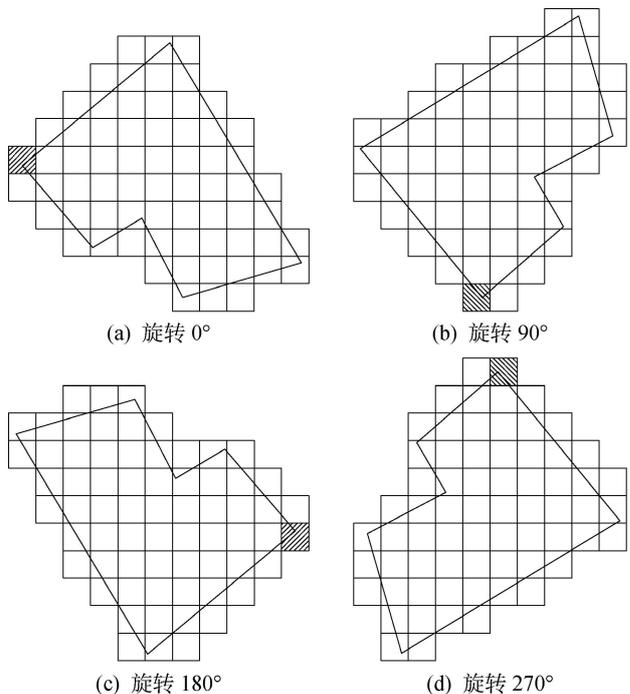


图 5 排样姿态和参考微粒

Fig. 5 Packing attitude and reference particle

公式：

$$\text{Index} = \text{Col } m + \text{Row}$$

其中: Index 为排样块编号; Col 为排样块列号; Row 为排样块行号; 所有编号从 0 开始.

如图 6 所示, 母材离散成 16 行 × 26 列的排样块. 参考微粒与第 2 行、第 1 列的排样块 (Index = 1 × 16 + 2 = 18) 重合, 且旋转角为 270° 时, 零件排样姿态不可行 (超出母材范围); 参考微粒与第 6 行、第 1 列的排样块 (Index = 1 × 16 + 6 = 22) 重合, 且旋转角为 0° 时, 零件排样姿态可行. HAPE\_HRG 算法流程如图 7 所示.

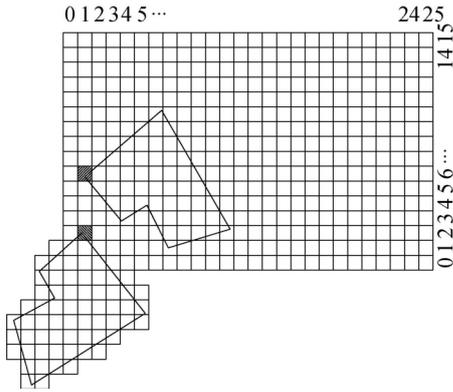


图 6 排样姿态的可行性

Fig. 6 Feasibility of packing attitude

## 2 算例

欧洲排样研究组织 ESICUP 为了使各类优化排样算法能够相互比较, 在其网站 (<https://paginas.fe.up.pt/~esicup/>) 公布了一系列基准排样算例. 本文在其中选取了常用的 4 个基准算例 (Marques, Shirts, Swim 和 Trousers) 进行测试和比较.

算法 HAPE\_HRG 在 Visual Studio 2010 环境下编程实现, 并对上述 4 个基准算例进行了排样 (处理器为 Intel i5-4430, 主频 3 GHz, 内存 8 GB). 为了

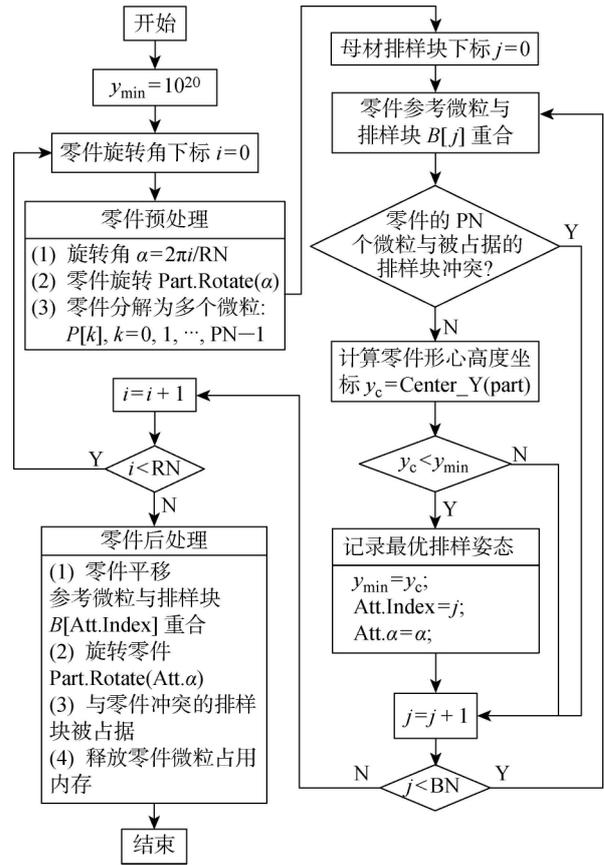


图 7 HAPE\_HRG 流程图

Fig. 7 Flow chart of HAPE\_HRG

进行比较研究, 使用 HAPE 和商业排样软件 SigmaNest9.10 进行同等条件下的计算. 实验参数 (RN 和 BSL/PPD) 和排样结果如表 1 所示. 分析对照如图 8 和 9 所示. 排样结果如图 10~12 所示.

由图 8 可见, HAPE\_HRG 的计算速度远超 SigmaNest, 相对于基于矢量图的算法 HAPE, HAPE\_HRG 计算速度也有显著提升. 由图 9 可见, HAPE\_HRG 的排样效果也达到了商业软件水平 (HAPE\_HRG 只有 1 个算例, Shirts 的排样密度低于 SigmaNest). 虽然 HAPE\_HRG 比 HAPE 排样

表 1 基准问题的计算结果

Tab. 1 Computing results for benchmark problems

| 算例       | RN | BSL/PPD* | HAPE_HRG |        | HAPE   |        | SigmaNest |        |
|----------|----|----------|----------|--------|--------|--------|-----------|--------|
|          |    |          | 排样时间/s   | 排样密度/% | 排样时间/s | 排样密度/% | 排样时间/s    | 排样密度/% |
| Marques  | 4  | 1.0      | 0.01     | 80.43  | 0.09   | 80.43  | 2.97      | 74.99  |
| Shirts   | 2  | 1.0      | 0.06     | 68.92  | 0.06   | 78.62  | 4.67      | 75.44  |
| Swim     | 2  | 50.0     | 0.07     | 62.34  | 1.76   | 64.02  | 7.57      | 59.49  |
| Trousers | 2  | 0.2      | 0.80     | 84.85  | 3.21   | 86.87  | 3.97      | 82.73  |

注: \* 表示 HAPE\_HRG 算法的排样块边长 BSL 等于 HAPE 算法中的排样点间距 PPD.

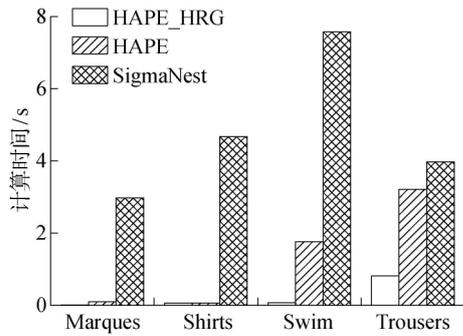


图 8 计算时间比较

Fig. 8 Comparisons of computing time

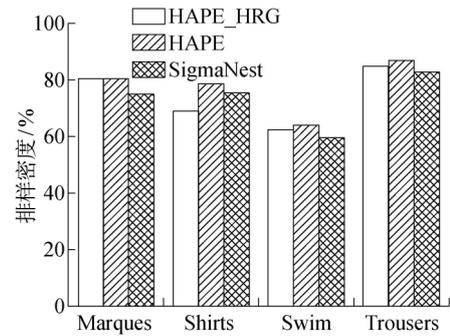


图 9 排样密度比较

Fig. 9 Comparisons of packing density

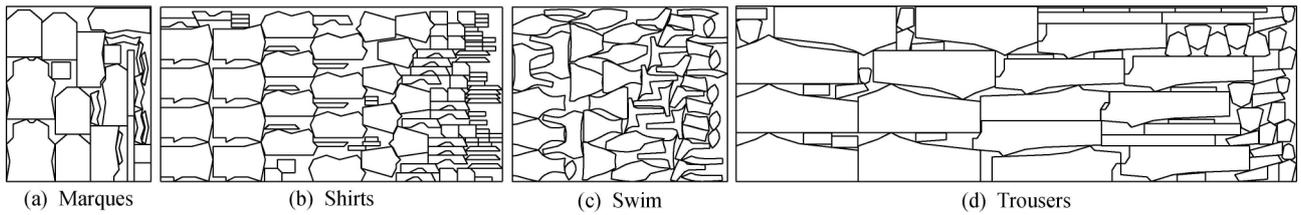


图 10 HAPE\_HRG 排样

Fig. 10 Layout by HAPE\_HRG

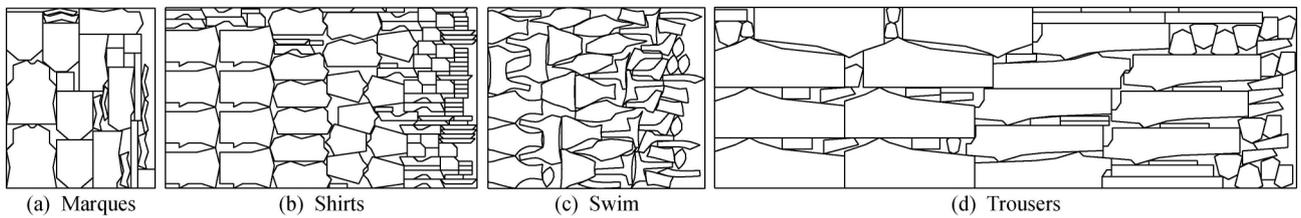


图 11 HAPE 排样

Fig. 11 Layout by HAPE

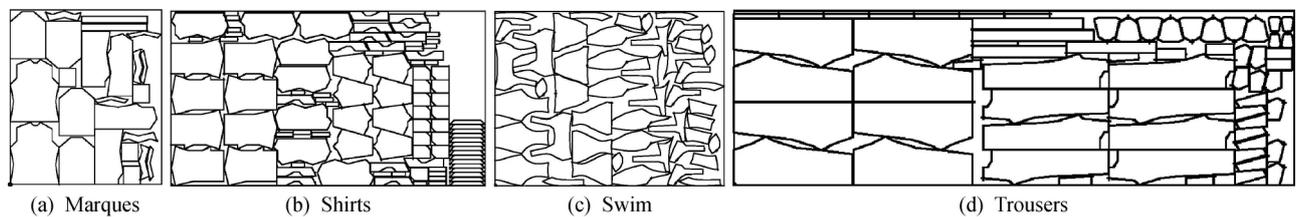


图 12 SigmaNest 排样

Fig. 12 Layout by SigmaNest

效果差,但计算时间有大幅缩短,以 Trousers 为例:前者排样密度只低后者 2 个百分点,但计算时间缩减幅度达 75%.

由上述理论和实验分析可知:HAPE\_HRG 是一种串行化算法,其算法流程是顺序执行的.虽然实验证明其速度已明显超越矢量图算法,但还有巨大的潜力可以挖掘.图形处理器(GPU)加速计算是近年来出现的一种应用程序加速技术:它将计算密集

部分转移到 GPU<sup>[8]</sup>. GPU 并行计算架构拥有数以千计的计算核心,专为同时处理多重任务而设计. GPU 加速要取得明显效果需要被改造的算法具有 2 个特性:① 算法简单,逻辑分支少;② 具备良好的并行性.基于矢量图的算法 HAPE 比较复杂,逻辑分支多,不适合进行并行化改造,而 HAPE\_HRG 则将零件重叠检测归结为零件微粒和排样块之间是否冲突的布尔运算,可在 GPU 的多个计算核心同

时展开. 因此 HAPE\_HRG 具备 GPU 并行化改造的先天优势. 本文将在未来对 HAPE\_HRG 进行并行化研究, 以期进一步提升其计算速度.

### 3 结论

(1) 基于混合表达的二维不规则排样构造算法 HAPE\_HRG 既具有矢量图排样效果好、精度高的优点, 又具有像素图算法简单、执行速度快的特点.

(2) 三维不规则排样已经成为优化排样领域的热点问题<sup>[9]</sup>. 基于矢量图的算法 HAPE 已被成功推广至三维排样构造算法 HAPE3D<sup>[10]</sup>, HAPE\_HRG 也有望被改造成一种性能优良的三维排样构造算法.

(3) HAPE\_HRG 具有并行化改造的潜力, 有望利用 GPU 并行技术进一步提升其计算效率.

#### 参考文献:

- [1] MARTINEZ-SYKORA A, ALVAREZ-VALDES R, BENNELL J A, *et al.* Matheuristics for the irregular bin packing problem with free rotations[J]. **European Journal of Operational Research**, 2017, 258(2): 440-455.
- [2] GOMES A M. Irregular packing problems: Industrial applications and new directions using computational geometry[J]. **IFAC Proceedings Volumes**, 2013, 46(7): 378-383.
- [3] ROCHA P, RODRIGUES R, GOMES A M, *et al.* Circle covering representation for nesting problems with continuous rotations[J]. **IFAC Proceedings Volumes**, 2014, 47(3): 5235-5240.
- [4] JUNIOR B A, PINHEIRO P R, SARAIVA R D. A hybrid methodology for nesting irregular shapes: Case study on a textile industry[J]. **IFAC Proceedings Volumes**, 2013, 46(24): 15-20.
- [5] BURKE E K, HELLIER R S R, KENDALL G, *et al.* Complete and robust no-fit polygon generation for the irregular stock cutting problem[J]. **European Journal of Operational Research**, 2007, 179(1): 27-49.
- [6] LIU X, YE J W. Heuristic algorithm based on the principle of minimum total potential energy (HAPE): A new algorithm for nesting problems[J]. **Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering)**, 2011, 12(11): 860-872.
- [7] TOLEDO F M B, CARRAVILLA M A, RIBEIRO C, *et al.* The dotted-board model: A new MIP model for nesting irregular shapes[J]. **International Journal of Production Economics**, 2013, 145(2): 478-487.
- [8] COOK S. CUDA programming: A developer's guide to parallel computing with GPUs[M]. Burlington: Morgan Kaufmann Publishers Inc, 2012: 19-34.
- [9] VERKHOTUROV M, PETUNIN A, VERKHOTUROVA G, *et al.* The 3D object packing problem into a parallelepiped container based on discrete-logical representation[J]. **IFAC-PapersOnLine**, 2016, 49(12): 1-5.
- [10] 刘斌, 操安喜, 叶家玮. 一种新型不规则三维排样构造算法[J]. **上海交通大学学报**, 2013, 47(7): 1060-1064.
- LIU Xiao, CAO Anxi, YE Jiawei. A novel constructive algorithm for irregular three-dimensional packing problems[J]. **Journal of Shanghai Jiao Tong University**, 2013, 47(7): 1060-1064.